Přehledný kalkul uzavřených regulačních obvodů

Petr Klán

Článek navazuje na [1], kde je uveden přehledný kalkul tříparametrových modelů (regulovaných soustav prvního řádu), a pokračuje uvedením přehledného kalkulu pro uzavřené regulační obvody. Cílem je popsat postup identifikace tříparametrových modelů na základě jednoduchého kalkulu uzavřených regulačních obvodů a dále určit průměrnou dobu ustálení uzavřených regulačních obvodů, která je důležitým parametrem určujícím jejich chování. Podobně jako [1], i zde navržený kalkul poskytne jednoduché převodní tabulky, které umožní rychle odhadnout chování uzavřeného regulačního obvodu jak s PID regulátorem, tak i v obecnějších případech.

1. Úvod

Po shrnutí výsledků získaných v [1] je dána obecná racionální přenosová funkce

$$G(s)=K\frac{1+n_1s+n_2s^2+\ldots}{1+d_1s+d_2s^2+\ldots} \tag{1}$$

která se rozloží v McLaurinovu řadu

$$G(s) = K(1 + g_1s + g_2s^2 + \ldots) \tag{2}$$

jejíž koeficienty je možné určit bez složitých pomocných výpočtů. Pouze se vynásobí rozvoj $G(s)/K$ podle (2) jmenovatelem obecné přenosové funkce (1) a zjistí se hodnoty g_n porovnáním koeficientů u stejných mocnin v tomto součinu a v čitateli obecné přenosové funkce. Získá se soubor lineárních rovnic

$$\begin{aligned} n_1 &= g_1 + d_1\\ n_2 &= g_2 + d_1g_1 + d_2\\ \ldots &= \ldots\ldots\ldots\ldots \end{aligned} \tag{3}$$

umožňující postupně určit hodnoty koeficientů $g_1, g_2, \ldots, g_n$. Jestliže obecná přenosová funkce obsahuje neracionální části, např. exponenciální funkci spojenou s dopravním zpožděním, použije se opět McLaurinův rozvoj těchto částí do čitatele nebo jmenovatele obecné přenosové funkce. Jako příklad je v [1] uvedena v praxi často používaná přenosová funkce

$$G(s)=K\frac{1-T_0s}{(1+T_1s)(1+T_2s)\ldots(1+T_ns)}\mathrm{e}^{-T_ls} \tag{4}$$

kde T_l je dopravní zpoždění, kterou lze přepsat do tvaru

$$G(s)=K\frac{1-(T_0+T_l)s+T_l^2s^2/2+\ldots}{1+(T_1+T_2+\ldots+T_n)s+(T_1T_2+T_2T_3+\ldots T_nT_1)s^2+\ldots} \tag{5}$$

Přímým výpočtem se získá

$$-g_1 = T_l + T_0 + T_1 + T_2 + \ldots + T_n = T_{ar} \tag{6}$$

$$g_2=\frac{1}{2}T_{ar}^2+\frac{1}{2}\left(T_1^2+T_2^2+\ldots+T_n^2-T_0^2\right) \tag{7}$$

Uvedené parametry postačují ke stanovení tříparametrového modelu regulované soustavy; T_{ar} přitom označuje průměrnou dobu ustálení soustavy.

Teď ovšem lze přirozeně zkoumat následující situaci. Soustava se spojí s regulátorem a zavede se zpětná vazba. McLaurinův rozvoj je přitom možné použít jak na soustavu, tak na regulátor a ptát se, jak na základě těchto rozvojů vypadá McLaurinův rozvoj přenosových funkcí uzavřeného regulačního obvodu.

První úloha, která bude zkoumána, zní, zda při znalosti McLaurinova rozvoje přenosové funkce uzavřeného regulačního obvodu lze stanovit parametry tříparametrového modelu charakterizující regulovanou soustavu. Další úlohou bude výpočet průměrné doby ustálení uzavřeného regulačního obvodu na základě znalosti McLaurinova rozvoje přenosových funkcí regulované soustavy a regulátoru. Jde o údaj důležitý k posouzení rychlosti regulace. Obecně by regulační obvod měl být při regulaci rychlejší nebo alespoň stejně rychlý jako samotná regulovaná soustava. Uvedený kalkul umožňuje rychlosti regulačního pochodu jednoduše porovnávat.

2. Identifikace tříparametrového modelu soustavy

Díky již naznačenému kalkulu, rozvedenému v [1], je možné identifikovat tříparametrový model regulované soustavy ze skokové odezvy libovolného stabilního uzavřeného regulačního obvodu s PI regulátorem.

Označí-li se po řadě $G(s)$ a $C(s)$ přenosové funkce soustavy a PI regulátoru, $P(s)$ a $Q(s)$ přenosové funkce uzavřené regulační smyčky mezi regulovanou veličinou y (výstupem ze soustavy), akční veličinou u (výstupem z regulátoru) a žádanou hodnotou w, při použití McLaurinova rozvoje pro ně se získají vztahy

$$G(s) = K(1 + g_1s + g_2s^2 + \ldots) \tag{8}$$

$$C(s)=K_P\frac{1+T_Is}{T_Is} \tag{9}$$

$$P(s)=\frac{G(s)C(s)}{1+G(s)C(s)}=1+p_1s+p_2s^2+\ldots \tag{10}$$

$$Q(s)=\frac{1}{K}\frac{C(s)}{1+G(s)C(s)}=\frac{1}{K}\left(1+q_1s+q_2s^2+\ldots\right) \tag{11}$$

Přímé výpočty [3] vedou k těmto vztahům pro výpočet parametrů K, T_{ar} a T tříparametrového modelu soustavy

$$K=\frac{y(\infty)}{u(\infty)}=\frac{w(\infty)}{u(\infty)}=\frac{T_I}{-p_1K_P} \tag{12}$$

$$T_{ar} = -g_1 = q_1 - p_1 \tag{13}$$

$$T=\sqrt{2(p_2-q_2)+T_{ar}(T_{ar}+2p_1)} \tag{14}$$

kde

$$p_1=\int_0^\infty\left[1-\frac{y(t)}{y(\infty)}\right]\mathrm{d}t \qquad p_2=\int_0^\infty t\left[1-\frac{y(t)}{y(\infty)}\right]\mathrm{d}t \tag{15}$$

$$q_1=\int_0^\infty\left[1-\frac{u(t)}{u(\infty)}\right]\mathrm{d}t \qquad q_2=\int_0^\infty t\left[1-\frac{u(t)}{u(\infty)}\right]\mathrm{d}t \tag{16}$$

přičemž $y(t)$ a $u(t)$ jsou přechodové odezvy soustavy a regulátoru na skok žádané hodnoty o velikosti $w(\infty)$. Aproximace integrálů (15) a (16) lze snadno vyčíslit ze zaznamenaných regulačních odezev.

3. Kalkul uzavřeného regulačního obvodu

Kalkul uzavřeného regulačního obvodu se použije zejména k rychlému stanovení průměrné doby ustálení tohoto obvodu. Bude předpokládán rozvoj obecné přenosové funkce soustavy $G(s)$ podle (8) a přenosová funkce PI regulátoru $C(s)$ podle (9). Přenosová funkce uzavřeného regulačního obvodu $P(s)$ má potom tvar

$$P(s)=\frac{K\left(1+g_1s+g_2s^2+\ldots\right)\frac{K_P(1+T_Is)}{T_Is}}{1+K\left(1+g_1s+g_2s^2+\ldots\right)\frac{K_P(1+T_Is)}{T_IS}}=\frac{1+(g_1+T_I)s+\ldots}{1+\left(g_1+T_I+\frac{T_I}{K\,K_P}\right)s+\ldots} \tag{17}$$

Použitím kalkulu z [1] se snadno najde vztah pro průměrnou dobu ustálení uzavřeného regulačního obvodu, která se označí T_{arc}. Platí

$$T_{\mathrm{arc}} = -p_1 = \frac{T_\mathrm{I}}{K\,K_\mathrm{P}} \tag{18}$$

Aby regulace měla nějaký smysl, mělo by přirozeně být $T_{\mathrm{arc}} \le T_{\mathrm{ar}}$ (vyjma soustav s čistým dopravním zpožděním nebo blízkých tomuto stavu) s tím, že horní hranice je zajímavá tím, že regulační obvod pracuje přirozeně, vyváženě, tedy má stejnou průměrnou dobu ustálení, jakou má regulovaná soustava. To je např. případ vyváženého nastavení [2], pro které přirozeně platí $T_{\mathrm{arc}} = T_{\mathrm{ar}}$. Zkoumejme z tohoto pohledu jiné zajímavé nastavení PI regulátoru, známé jako „Lambda nastavení“ (*Lambda tuning*), které je dáno vztahy [2]

$$T_\mathrm{I} = T \tag{19}$$

$$K_\mathrm{P} = \frac{1}{K}\frac{T}{(\lambda+1)L} \tag{20}$$

kde
λ je ladicí parametr,
L dopravní zpoždění tříparametrového modelu.

V případě PI regulátoru je doporučená hodnota $\lambda = 1$. Přímým výpočtem se dostane

$$T_{\mathrm{arc}} = (\lambda + 1)L \tag{21}$$

což v případě PI regulátoru znamená $T_{\mathrm{arc}} = 2L$, a jestliže $L = T$, pak $T_{arc} = T_{\mathrm{ar}}$. Jestliže tedy u soustavy převládá časová konstanta nad dopravním zpožděním (normalizované dopravní zpoždění má menší hodnotu než 0,5), regulace s použitím nastavení Lambda má kratší průměrnou dobu ustálení. Začne-li však dopravní zpoždění převládat nad časovou konstantou soustavy (normalizované dopravní zpoždění má hodnotu větší než 0,5), uzavřený regulační obvod má delší průměrnou dobu ustálení než samotná regulovaná soustava. Pokusy s vyváženým nastavením ukazují, že však tato „opatrnost“ až do hodnoty normalizovaného dopravního zpoždění 0,8 vesměs není nutná.

Ještě poznamenejme, že derivační složka regulátoru dobu T_{arc} neovlivní. Jestliže se např. při použití metody vnitřního modelu (*Internal Model Control* – IMC,) získá pro soustavu s přenosem

$$G(s) = K\frac{1 - T_0 s}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s)} \tag{22}$$

parametry PID regulátoru [2]

$$K_\mathrm{P} = \frac{1}{K}\frac{T_1 + T_2}{T_0 + T_{\mathrm{cl}}} \tag{23}$$

$$T_\mathrm{I} = T_1 + T_2 \tag{24}$$

$$T_\mathrm{D} = \frac{T_1 T_2}{T_1 + T_2} \tag{25}$$

kde T_{cl} je požadovaná časová konstanta uzavřeného regulačního obvodu, dostane se pro průměrnou dobu ustálení tohoto obvodu

$$T_{\mathrm{arc}} = T_0 + T_{\mathrm{cl}} \tag{26}$$

Zde je pěkně vidět, že neminimální fáze má podobný účinek jako dopravní zpoždění.

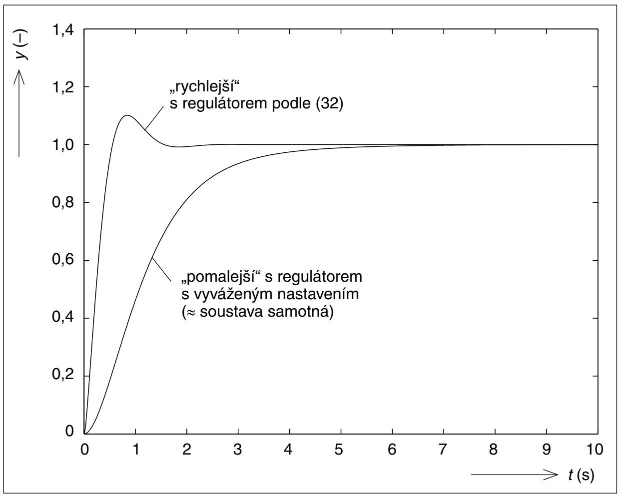
V případě obecné přenosové funkce regulátoru

$$C(s) = K_\mathrm{C}(1 + c_1 s + c_2 s^2 + \ldots) \tag{27}$$

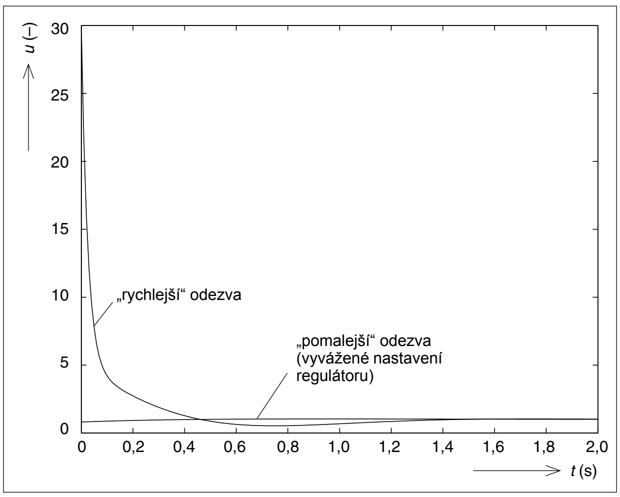
se pro průměrnou dobu ustálení uzavřeného regulačního obvodu dostane

$$T_{\mathrm{arc}} = \frac{-c_1 - g_1}{1 + K\,K_\mathrm{C}} = \frac{T_{\mathrm{ar}} - c_1}{1 + K\,K_\mathrm{C}} \tag{28}$$

což je v souladu s možnými urychlujícími účinky zpětné vazby. V případě soustavy prvního řádu bez dopravního zpoždění, tj. s přenosem $K/(1 + T_1 s)$ a $T_{\mathrm{ar}} = T_1$, a proporcionálního regulátoru s přenosem K_C ($c_1 = 0$) se dostane, že $T_{\mathrm{arc}} = T_1/(1 + KK_\mathrm{C})$. Snadno také lze např. ověřit, že pokud bude regulátor čistou inverzí obecné přenosové funkce soustavy, bude $T_{arc} = 0$.



Obr. 1. Přechodové odezvy na jednotkový skok žádané hodnoty při regulaci soustavy s přenosem podle (31) – viz text



Obr. 2. Průběhy akční veličiny příslušné odezvám na jednotkový skok žádané hodnoty znázorněným na obr. 1

Poznamenejme, že co se týče obecné přenosové funkce regulátoru, mnoho regulátorů obsahuje integrační složku k eliminaci trvalé regulační odchylky. Obecná přenosová funkce regulátoru v tomto případě je

$$C(s) = \frac{K_\mathrm{C}}{s}\left(1 + c_1 s + c_2 s^2 + \ldots\right) \tag{29}$$

Pokud se použije tato přenosová funkce, dostane se pro průměrnou dobu ustálení uzavřeného regulačního obvodu

$$T_{\mathrm{arc}} = \frac{1}{K\,K_\mathrm{C}} \tag{30}$$

Vztah (30) je obecný, použitelný k určení proporcionálního zesílení PI nebo PID regulátoru K_P. Pokud se totiž např. vyjde z podmínky vyváženosti $T_{\mathrm{arc}} = T_{\mathrm{ar}}$, snadno se odvodí vztah pro proporcionální zesílení PI regulátoru s vyváženým nastavením jako $K_\mathrm{P} = T_\mathrm{I}/(KT_{\mathrm{ar}})$.

4. O rychlosti regulace

Již bylo zmíněno, že nepřevládá-li u regulované soustavy výrazně dopravní zpoždění, mělo by pro uzavřený regulační obvod obecně platit $T_{\mathrm{arc}} \le T_{\mathrm{ar}}$. Naproti tomu je třeba při zvětšování rychlosti regulace zvážit, zda na to akční členy mají potřebnou sílu, rychlost a energii. Situace zde připomíná přesun člověka. Buď se lze přesouvat přirozeně chůzí, která člověku vyhovuje (tedy „vyváženě“), nebo je možné se přesunovat během. Sice to bude rychlejší, nicméně je třeba zvážit, zda a na jaký běh má člověk sílu. Podobně totiž i u regulačních obvodů platí, že čím rychleji budou regulovány, tím větší energii bude nutné použít a tím rychleji musí pracovat akční členy. Vedle toho, že akční členy musí být schopny vyvinout potřebnou sílu a rychlost, je při rychlejší regulaci také na místě uvažovat jejich rychlejší opotřebovávání (jsou-li např. mechanické).

Situaci bude dále ukázána na jednoduchém příkladu. V publikaci [4] na str. 185 je při použití polynomiálního přístupu navržen regulátor pro soustavu s přenosem

$$G(s) = \frac{3}{(s+1)(s+3)} \tag{31}$$

Navržený regulátor má přenos

$$C(s)=\frac{(s+1)(90s+640)}{3s(s+42)} \tag{32}$$

Pro danou soustavu při použití kalkulu podle [1] se jednoduše spočítá, že $T_{ar} = 4/3 \approx \approx 1,3$ s. S použitím již uvedeného kalkulu podle (30) se dále spočítá, že

$$T_{arc}=\frac{1}{K\,K_C}=\frac{1}{1\frac{640}{126}}\approx 0,2 \tag{33}$$

Uzavřený regulační obvod je tedy přibližně šestapůlkrát rychlejší než samotná regulovaná soustava, což potvrzuje rychlejší ze skokových odezev na *obr. 1*. Druhá, pomalejší odezva byla získána při vyváženém nastavení s parametry PI regulátoru $K_P = 0,81$ a $T_I = = 1,08$ s. Tato pomalejší odezva se téměř kryje s přechodovou odezvou soustavy.

Při pohledu na průběhy akční veličiny na *obr. 2* (mají zvýrazněnou počáteční fázi volbou jemnějšího časového měřítka) je zřejmé, že k „rychlejší“ regulaci je nutný daleko větší akční zásah (včetně rychlosti jeho změn), než je tomu v případě vyváženého nastavení. Je otázkou, zda takový „mohutnější“ akční zásah je v praxi dosažitelný, popř. za jakou cenu. Proto by uvedená analýza rychlostí měla předcházet každému návrhu uzavřeného regulačního obvodu.

Obdobné výpočty jako již uvedený kalkul lze provést pro další regulační obvody, pro regulaci typu IMC založenou na použití vnitřního modelu $M(s)$ soustavy $G(s)$ s přenosy typu $C(s)G(s)/\{1 + C(s)[G(s) - M(s)]\}$ apod., a to ke zjištění průměrné doby ustálení uzavřeného regulačního obvodu a jejího poměru k průměrné době ustálení modelu regulované soustavy. Jestliže není důvod regulační pochod zrychlit, je z pohledu regulace rozumným kompromisem držet se vyváženosti, tj. rovnosti obou průměrných dob ustálení a pohybování regulovanou soustavou, popř. procesem, jejich „přirozeným“ způsobem.

5. Závěr

V článku jsou popsány postup identifikace tříparametrových modelů (soustav prvního řádu) na základě jednoduchého kalkulu uzavřených regulačních obvodů a jednoduchý způsob, jak určit průměrné doby ustálení samotných tříparametrových modelů i celých uzavřených regulačních obvodů. Nebrání-li tomu jiné důvody, z pohledu požadavků na výkonnost a dobu provozního života akčních členů se pro praxi jako rozumný kompromis doporučuje držet se vyváženosti, tj. rovnosti obou průměrných dob ustálení.

Literatura:

[1] KLÁN, P.: *Přehledný kalkul tříparametrových modelů*. Automa, 2011, roč. 17, č. 8-9, s. 70–73.

[2] KLÁN, P. – GOREZ, R.: *Process Control*. FCC Public, Praha, 2011.

[3] GOREZ, R. – KLÁN, P.: *Simple Models for Process Control*. Konference Mathmod, Vídeň, 2009.

[4] GOODWIN, G. – GRAEBE, S. – SALGADO, M.: *Control System Design*. Prentice Hall, 2001.

Petr Klán,
Ústav informatiky AV ČR
(pklan@cs.cas.cz)

Seminář Informační systémy výroby

V Jihlavě se 1. listopadu 2011 uskutečnil odborný seminář s názvem Informační systémy výroby. Seminář pokračoval v tradici akcí podle konceptu IS 4 Industry (*Information Systems for Industry*), uvedeného pořádající agenturou AD&M do života s nástupem problematiky systémů typu MES již před více než deseti lety. Letošní podzimní seminář byl věnován především těmto tématům:

– plánování a rozvrhování výroby,
– efektivní alokace zdrojů při výrobě,
– vyhodnocování hlavních ukazatelů výkonnosti (*Key Performance Indicator* – KPI),
– komplexní správa výroby,
– systémy řízení výroby (*Manufacturing Execution System* – MES),
– mobilní informační systémy pro výrobu a logistiku.

Na semináři svou nabídku v uvedených oblastech představilo v asi třičtvrtěhodinových plenárních přednáškách šest společností.

V prvním bloku přednášek zástupce společnosti ICZ v přehledovém vystoupení nabídl k úvaze odpovědi na otázku „K čemu je dobrý MES, když máme ERP?“ se závěrečným stručným představením systému MES Hydra. Společností K2 atmitec byly představeny novinky ze společnosti, a především komplexní pohled na řešení informačního systému v průmyslovém podniku včetně „živé“ demonstrace. Společnost Merz seznámila s prostředky a metodami k on-line sběru údajů z výrobního procesu a tvorbě zpráv umožňující sledovat KPI v reálném čase.

Ve druhém přednáškovém bloku, po přestávce, společnost Karat Software prezentovala nástroje pro plánování a rozvrhování výroby a alokaci zdrojů s důrazem na nyní již nezbytné zahrnutí také předvýrobních etap. Společnost Point.X, představila své novinky v oblasti mobilních informačních systémů pro výrobu a logistiku včetně technických prostředků. Na závěr bloku představitel společnosti ITeuro, zaujal auditorium spolu s velmi fundovaným rozborem problémů provázejících objektivizaci procesů plánování ve výrobním podniku také nabídkou bezplatné konzultace ke konkrétnímu problému trápícímu účastníky akce, a to na místě v jejich podniku.

Obr. 1. Účastníci semináře zaplnili kongresový sál jihlavského hotelu Gustav Mahler

Součástí semináře byla stolní výstavka v předsálí, kde bylo možné diskutovat vedle problematiky týkající se představených produktů také o širších souvislostech. Nabídnutou možnost využily všechny zúčastněné firmy i velká část posluchačů.

Na seminář se jako posluchači přihlásilo 55 zájemců z 29 firem a spolu se zástupci prezentujících se společností se výměny zkušeností v Jihlavě tentokrát zúčastnilo téměř 70 odborníků (*obr. 1*).

Zájem o seminář potvrdil aktuálnost problematiky použití informačních systémů při řízení výroby. Vystoupení společností i reakce posluchačů přinesly pořádající konferenční agentuře AD&M cenné podněty, co se týče zaměření dalších akcí v rámci konceptu IS 4 Industry. Informace o minulých i budoucích aktivitách agentury AD&M lze získat na www.adam-ova.cz, popř. na tel. č. +420 596 919 977.

Mediálními partnery semináře byly časopisy Automa a IT Systems (integrace řídicích systémů ve výrobě, logistice, dopravě a budovách a systémy MES budou hlavními tématy časopisu Automa č. 7/2012 – *pozn. redakce*).

(pa)