

Přehledný kalkul tříparametrových modelů

Petr Klán

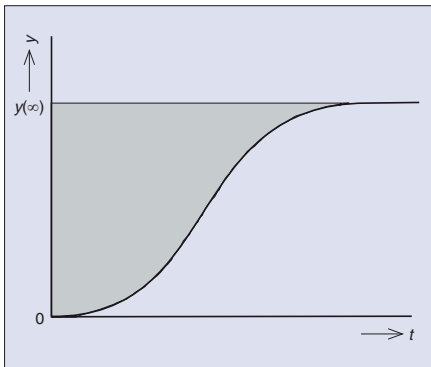
„PID-logie“, daná články [2] až [10], pokračuje uvedením přehledného kalkulu pro tzv. tříparametrový model (také model *First-Order-Plus-Dead-Time* – FOPDT), jehož znalost umožní pro soustavy s autoregulací (*self-regulating process*) stanovit téměř okamžitě parametry PID regulátoru. Smyslem tohoto článku je připomenout v podobě jednoduchého kalkulu několik známých skutečností a rozšířit pohled uvedením méně známých výsledků. Navržený kalkul poskytne převodní „tabulku“ tříparametrového modelu z obecné přenosové funkce, která umožní rychle nastavit PID regulátor.

1. Úvod

Při nastavování parametrů PID regulátorů je důležitá tzv. průměrná doba ustálení (*average residence time*) T_{ar} [1], [3] definovaná v případě přechodové odezvy soustavy $y(t)$ jako

$$T_{ar} = \frac{\int_0^{\infty} [y(\infty) - y(t)] dt}{y(\infty)} \quad (1)$$

kde je symbolem ∞ označena ustálená hodnota přechodové odezvy. V případě odezvy na jednotkový skok platí $y(\infty) = K$, kde K je zesílení soustavy. Plochou v čitateli zlomku je plocha zvýrazněná na obr. 1.



Obr. 1. V případě přechodové odezvy tříparametrového modelu na jednotkový skok je velikost zvýrazněné plochy určena součinem průměrné doby ustálení a zesílení, tj. $T_{ar}K$

Pro přechodovou odezvu soustavy prvního řádu (tzv. tříparametrový model)

$$G(s) = \frac{K}{1 + Ts} e^{-Ls} \quad (2)$$

s časovou konstantou T a dopravním zpožděním L platí, že $y(t) = K(1 - e^{-(t-L)/T})$, $t \geq L$. Průměrná doba ustálení je po dosazení

$$T_{ar} = \frac{\int_0^{\infty} [y(\infty) - y(t)] dt}{K} = T + L \quad (3)$$

a její znalost je důležitá pro nastavování PI nebo PID regulátoru, neboť existuje množství vztahů [1], např. vyvážené nastavení [4], [9]

$$T_i = \frac{T^2 + T_{ar}^2}{2T_{ar}} \quad K_p = \frac{1}{K} \frac{T_i}{T_{ar}} \quad (4)$$

kam je možné průměrnou dobu ustálení spolu s časovou konstantou dosadit a obdržet přímo jednotlivé parametry regulátoru. V uvedeném případě PI regulátoru je to integrační časová konstanta T_i a proporcionální zesílení K_p .

V praxi se PID regulátory nastavují tak, že se k dané soustavě najde již uvedený tříparametrový model a k němu se vypočítají parametry regulátoru. Pro složitější soustavy, než jsou ty prvního řádu, nebývají totiž k dispozici stejně jednoduchá a explicitní pravidla, kde lze bezpečně odhadnout, jak se po jejich použití bude regulační obvod chovat. Důležité je v tomto případě i tzv. *normalizované dopravní zpoždění* L/T_{ar} , které blízké k 0 indikuje, že soustavu bude možné poměrně snadno regulovat. Jestliže je tento poměr blízký 1, je to důvod k velké opatrnosti při nastavování regulátoru a regulování této soustavy, neboť jde o soustavu s téměř čistým dopravním zpožděním.

Postup, jak najít tříparametrový model, je-li změřena přechodová charakteristika soustavy, je obsažen v [8]. Smyslem tohoto článku je uvést jednoduchý a přehledný kalkul, jak rychle obdržet tříparametrový model, když je známa přenosová funkce procesu. Ta přitom může být téměř libovolná, jak bude patrné z dalšího textu.

2. Teoretické základy kalkulu

Průměrná doba ustálení T_{ar} soustavy je dobrým vodítkem ke zjištění časových parametrů soustavy, zejména dob trvání přechodových odezev. Průměrná doba ustálení, stejně jako časová konstanta a dopravní zpoždění, může být pro tříparametrový model, kterým se vyjádří chování soustavy se složitější přenosovou funkcí, vypočtena pomocí dvou

ploch, tedy dvou integrálů používajících normovanou přechodovou odezvu, jak je patrné z definice T_{ar} . Je-li $y(t)$ přechodová odezva soustavy, platí ($y(t) = 0$ pro $t < 0$, a $y(t)/y(\infty)$ je normovaná přechodová odezva, použitím základní vlastnosti Laplaceovy transformace je možné vypočítat tyto plochy jako

$$\int_0^{\infty} \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt = \left[\mathcal{L} \left\{ 1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right\} \right]_{s=0} = \left[\frac{1}{s} \left[1 - \frac{G(s)}{G(0)} \right] \right]_{s=0} \quad (5)$$

$$\int_0^{\infty} t \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt = \left[\mathcal{L} \left\{ t \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] \right\} \right]_{s=0} = \left[-\frac{d}{ds} \left\{ \frac{1}{s} \left[1 - \frac{G(s)}{G(0)} \right] \right\} \right]_{s=0} \quad (6)$$

kde $G(s)$ je přenosová funkce soustavy. Dále použití dobře známého L'Hospitalova pravidla a rozvoje přenosové funkce v McLaurinovu řadu

$$G(s) = G(0) + G'(0)s + G''(0)\frac{s^2}{2} + G'''(0)\frac{s^3}{6} + \dots = K(1 + g_1s + g_2s^2 + g_3s^3 + \dots) \quad (7)$$

kde $G'(s)$, $G''(s)$, $G'''(s)$, ... jsou derivace přenosové funkce $G(s)$ podle komplexní proměnné s a $K = G(0)$, $g_1 = G'(0)/G(0)$, $g_2 = G''(0)/2G(0)$..., vede k závěru, že

$$\int_0^{\infty} \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt = -\frac{G'(0)}{G(0)} = -g_1 \quad (8)$$

$$\int_0^{\infty} t \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt = \frac{G''(0)}{2G(0)} = g_2 \quad (9)$$

Jestliže je tedy $G(s)$ obecnou racionální přenosovou funkcí

$$G(s) = K \frac{1 + n_1s + n_2s^2 + \dots}{1 + d_1s + d_2s^2 + \dots} \quad (10)$$

koefficienty g_1, g_2, \dots je možné určovat bez výpočtu jakékoliv derivace, jen násobením řady $G(s)/K$, jak je patrné z posledního vý-

razu v (7), jmenovatelem z (10) a zjištěním koeficientů u stejných stupňů polynomu tohoto součinu a čitatele z (10). Tak se získá řada rovnic

$$\begin{aligned} n_1 &= g_1 + d_1 \\ n_2 &= g_2 + d_1 g_1 + d_2 \\ \dots &= \dots \end{aligned} \quad (11)$$

dovolujících postupně určovat koeficienty g_1, g_2, \dots . Jestliže přenosová funkce obsahuje neracionální členy, např. exponenciální člen s dopravním zpožděním, je možné použít rozvoj tohoto členu v McLaurinovu řadu v čitateli racionálního přenosu (10).

Například v praxi často používaná přenosová funkce

$$G(s) = K \frac{1 - T_0 s}{(1 + T_1 s)(1 + T_2 s) \dots (1 + T_n s)} e^{-T_l s} \quad (12)$$

kde T_l je dopravní zpoždění, může být přepsána do podoby

$$G(s) = K \frac{1 - (T_0 + T_l)s + T_l^2 s^2 / 2 + \dots}{1 + (T_1 + T_2 + \dots + T_n)s + (T_1 T_2 + T_2 T_3 + \dots + T_n T_1)s^2 + \dots} \quad (13)$$

Přímé výpočty pak vedou k závěru, že

$$-g_1 = T_l + T_0 + T_1 + T_2 + \dots + T_n = T_{ar} \quad (14)$$

$$g_2 = \frac{1}{2} T_{ar}^2 + \frac{1}{2} (T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2 - T_0^2) \quad (15)$$

kde T_{ar} je brána jako průměrná doba ustálení soustavy. Tento pojem je ilustrací skutečnosti, že T_{ar} je součtem všech viditelných časových konstant soustavy a jejího dopravního zpoždění – viz (14).

Pro názornější vysvětlení uvedeného pojmu předpokládáme, že je měřena teplota na vstupu a výstupu perfektně tepelně izolovaného ventilu s proudem např. vody. Co se týče teploty mezi vstupem a výstupem, ventil je možné popsat jako soustavu s čistým dopravním zpožděním $T_{ar} = T_l$ úměrným stupni otevření ventilu. Spojí-li se dva takové ventily za sebou, výsledné čisté dopravní zpoždění bude součtem dopravních zpoždění obou ventilů. Navíc, jestliže budou spojeny dvě soustavy s autoregulací a přenosovými funkcemi $G_1(s)$ a $G_2(s)$ do série, výsledná přenosová funkce je $G(s) = G_1(s)G_2(s)$ a její derivace podle s je $G'(s) = G'_1(s)G_2(s) + G_1(s)G'_2(s)$. Přímým důsledkem vztahu (8) bude, že průměrná doba ustálení dvou nebo více soustav v sérii je součtem průměrných dob ustálení jednotlivých soustav. Tento výsledek souhlasí s intuitivní představou zde odhadovaného času ustálení výsledné skupiny soustav, přesně podle vztahu (14).

Rozhodující úvahou předkládaného kalkulu je, že tříparametrový model (2), kterým bude zjednodušována daná přenosová funkce, se získá porovnáním koeficientů McLaurinova rozvoje pro tříparametrový model s přenosovou funkcí popisující složitější soustavu. Použití (14) a (15) na přenosovou funkci tříparametrového modelu (2) s dopravním zpožděním L a jednoduchou časovou konstantou T vede ke vztahům

$$T_{ar} = -g_1 = \int_0^\infty \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt \quad (16)$$

$$\frac{T_{ar}^2 + T^2}{2} = g_2 = \int_0^\infty t \left[1 - \frac{y(t)}{y(\infty)} \right] dt \quad (17)$$

určujícím průměrnou dobu ustálení a časovou konstantu tříparametrového modelu (2) na základě ploch normované přechodové odezvy. Dopravní zpoždění tříparametrového modelu může být následně určeno jako

$$L = T_{ar} - T \quad (18)$$

a pak normalizované dopravní zpoždění $\tau = 1 - T/T_{ar}$.

Poznamenejme, že přenosové funkce většiny soustav v průmyslu mohou být zvláštním případem obecné přenosové funkce (12). Pak se ze vztahů (14) a (15) snadno vypočítá průměrná doba ustálení, časová konstanta a dopravní zpoždění tříparametrového modelu aproximující složitější přenosovou funkci podle (16) a

$$T = \sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2 - T_0^2} \quad (19)$$

Pro normalizované dopravní zpoždění platí

$$\tau = 1 - \frac{T}{T_{ar}} = 1 - \frac{\sqrt{T_1^2 + T_2^2 + \dots + T_n^2 - T_0^2}}{T_{ar}} \quad (20)$$

Jako příklad uvedme přenosovou funkci n identických jednoduchých přenosových funkcí spojených do série $G(s) = K/(1 + T_1 s)^n$. Průměrná doba ustálení tak bude nT_1 a výraz $(1 - 1/\sqrt{n})$, popř. $(1 - \sqrt{n}/n)$ názorně ukazuje, že normalizované dopravní zpoždění soustavy je dobrým indikátorem obtížnosti soustavy z pohledu regulace, neboť jeho hodnota roste s narůstajícím počtem prvků zapojených do série $n = 2, 4, 16, 100, \dots, \infty$. Odpovídající hodnoty normalizovaného dopravního zpoždění totiž jsou 0,3; 0,5; 0,75; 0,9; ...; 1.

3. Kalkul tříparametrového modelu

Je-li k dispozici obecná přenosová funkce (10) a pro návrh PI nebo PID regulátoru je třeba rychle získat tříparametrový aproxi-

mační model této soustavy (2), použijí se tyto vztahy plynoucí ze (16) a (17):

$$T_{ar} = d_1 - n_1 \quad (21)$$

$$T = \sqrt{2(n_2 + d_1 T_{ar} - d_2) - T_{ar}^2} \quad (22)$$

kde pro odhad zpoždění modelu bude použita (18). Jestliže je v obecné přenosové funkci přítomno dopravní zpoždění T_l

$$G(s) = K \frac{1 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots} e^{-T_l s} \quad (23)$$

pak rozvojem exponenciály v řadu

$$G(s) = K \frac{1 + (n_1 - T_l)s + (n_2 - n_1 T_l + T_l^2 / 2)s^2 + \dots}{1 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots} \quad (24)$$

se pro tříparametrový model dostane

$$T_{ar} = T_l + d_1 - n_1 \quad (25)$$

$$T = \sqrt{2 \left(n_2 - n_1 T_l + \frac{T_l^2}{2} + d_1 T_{ar} - d_2 \right) - T_{ar}^2} \quad (26)$$

Při výpočtech těchto jednoduchých polynomiálních operací je užitečná tab. 1 (a to i při jiných tvarech obecného přenosu), kde

Tab. 1. Formule pro výpočty jednoduchých polynomiálních operací

Operace	g_1	g_2
$p_3 = p_2^{-1}$	$-d_1$	$d_1^2 - d_2$
$p_3 = p_2^{-2}$	$-2d_1$	$3d_1^2 - 2d_2$
$p_3 = p_2^n$	nd_1	$(n-1)g_1 d_1 / 2 + nd_2$
$p_3 = p_1 p_2$	$n_1 + d_1$	$d_2 + n_1 d_1 + n_2$
$p_3 = p_1 / p_2$	$n_1 - d_1$	$n_2 - d_1 g_1 - d_2$
$p_3 = \exp(p_2 - 1)$	d_1	$d_1^2 / 2 + d_2$

$$\begin{aligned} p_1 &= 1 + n_1 s + n_2 s^2 + \dots \\ p_2 &= 1 + d_1 s + d_2 s^2 + \dots \\ p_3 &= 1 + g_1 s + g_2 s^2 + \dots \end{aligned} \quad (27)$$

jsou obecné polynomy.

Použití uvedených formulí bude ověřeno na následujících konkrétních a v literatuře používaných přenosových funkcích

$$G_1(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)(1 + \alpha T_1 s)(1 + \alpha^2 T_1 s)(1 + \alpha^3 T_1 s)}, \quad \alpha \leq 1 \quad (28)$$

$$G_2(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)^n} \quad (29)$$

$$G_3(s) = \frac{1 - T_0 s}{(1 + T_1 s)^3} \quad (30)$$

$$G_4(s) = \frac{1}{(1 + T_1 s)^2} e^{-T_p s} \quad (31)$$

Pro malé hodnoty $\alpha (0 \leq \alpha \leq 0,3)$ přenosová funkce (28) reprezentuje soustavu s jednou dominantní časovou konstantou T_1 , zatímco α blízké k 1 může reprezentovat soustavu se čtyřmi časovými konstantami. Soustavy se stejně velkými časovými konstantami reprezentuje přenosová funkce (29) a s velkým n (10 až 50 nebo více) lze tento přenos použít pro soustavy s rozloženými parametry, takovými jako destilační kolony, válcové reaktory, pece apod. Přenosová funkce (30) se používá k popisu neminimálně fázových soustav (u nich se přechodová odezva vydá nejdříve opačným směrem a poté se „srovná“ do správného směru) a přenosová funkce (31) pro soustavy s dominantním dopravním zpožděním.

Použitím dříve uvedeného kalkulu se jednoduše získají tříparametrové aproximační modely pro přenosové funkce soustav $G_1(s)$ až $G_4(s)$, jak je uvedeno v tab. 2.

Je zřejmé, že s použitím již uvedeného kalkulu lze také určit normalizované dopravní zpoždění τ , což je parametr, který vypovídá o složitosti soustavy z hlediska její regulace. Je totiž patrné, že τ v rozmezí 0 až 0,5 lze spojitě pokrýt přenosovou funkcí $G_1(s)$ a α od 0 do 1 a že rozsah $0,3 \leq \tau \leq 0,86$ je možné pokrýt v několika diskretních krocích přenosovou funkcí $G_2(s)$ a n od 2 do 50. Některé typické hodnoty jsou uvedeny v tab. 3.

Tab. 2. Tříparametrové modely pro přenosové funkce soustav $G_1(s)$ až $G_4(s)$

Soustava	T_{ar}	T	L	$\tau^{1)}$
$G_1(s)$	$T_1(1 + \alpha + \alpha^2 + \alpha^3)$	$T_1\sqrt{1 + \alpha^2 + \alpha^4 + \alpha^6}$	$T_{ar} - T$	$1 - T/T_{ar}$
$G_2(s)$	nT_1	$T_1\sqrt{n}$	$(n - \sqrt{n})T_1$	$1 - 1/\sqrt{n}$
$G_3(s)$	$T_0 + 3T_1$	$\sqrt{3T_1^2 - T_0^2}$	$T_{ar} - T$	$1 - T/T_{ar}$
$G_4(s)$	$T_1 + 2T_1$	$T_1\sqrt{2}$	$T_1 + (2 - \sqrt{2})T_1$	$1 - T_1\sqrt{2}/T_{ar}$

1) normalizované dopravní zpoždění

Tab. 3. Pokrytí rozsahu τ přenosovými funkcemi $G_1(s)$ a $G_2(s)$

α	$G_1(s)$				n	$G_2(s)$						
	0,25	0,5	0,7	1		2	3	4	6	10	20	50
τ	0,22	0,39	0,46	0,50	τ	0,29	0,42	0,50	0,59	0,68	0,78	0,86

4. Historické souvislosti

K identifikaci obecné přenosové funkce (10) je možné dospět analýzou soustavy na základě např. fyzikálních zákonitostí nebo také na základě analýzy přechodové odezvy, která se normuje pomocí $y(t)/y(\infty)$ nebo obecně $(y(t) - y_{\min})/(y_{\max} - y_{\min})$, kde hodnoty $y(t)$ leží mezi y_{\min} a y_{\max} . Poté jednoduše $y(0) = 0$ (počátek přechodové odezvy) a $y(\infty) = 1$.

Dvě významné a snad i rozhodující práce pro identifikaci přenosu typu (10) pocházejí shodně z roku 1957. Výsledkem první metody, publikované ve [12], je přenosová funkce typu (29). Vychází se přitom z podstatně starší práce [13], kde se přechodová charakteristika procesu aproximuje tříparametrovým modelem (2) s časovou konstantou rovnou velikosti doby náběhu a dopravním zpožděním rovným době průtahu. Připomeňme, že doba průtahu se měří od okamžiku změny vstupu skokem až do bodu, ve kterém tečna v inflexním bodě přechodové odezvy protíná časovou osu. Doba náběhu se měří od průsečíku tečny v inflexním bodě přechodové odezvy s časovou osou až do okamžiku, kde tečna protíná ustálenou hodnotu výstupu.

Práce [12] publikuje k určení přenosové funkce (29) na základě odměřené doby náběhu a doby průtahu tabulku (tab. 4). Původně se totiž aproximační tříparametrový model (2) s dobou průtahu T_p a dobou náběhu

Tab. 4. Tabulka k určení přenosové funkce (29), publikovaná ve [12]

n	T_n/T_1	T_p/T_1	T_p/T_n
1	1,000	0,000	0,000
2	2,718	0,282	0,104
3	3,695	0,805	0,218
4	4,463	1,425	0,319
5	5,119	2,100	0,410
6	5,699	2,811	0,493
7	6,226	3,549	0,570
8	6,711	4,307	0,642
9	7,164	5,081	0,709
10	7,590	5,869	0,773

su a z poměru na základě znalosti např. doby náběhu T_n se vypočítá aproximační časová konstanta T_1 modelu (29).

Druhá práce [11] identifikuje z přenosové odezvy soustavy přímo obecnou přenosovou funkci (10) na základě výpočtu plochy vyznačené na obr. 1 a dalších tzv. ploch vyššího řádu. Proto se nazývá metoda ploch (*area method* v [11]). Princip této metody již lze využít ze vztahu (16) v případě tříparametrového modelu, který určuje plochu z obr. 1 normovanou zesílením soustavy a dává ji do souvislosti s průměrnou dobou ustálení, kterou je možné podle již uvedeného kalkulu stanovit přímo z koeficientů přenosu. V případě (17) je plocha tzv. prvního řádu dána do souvislosti s časovou konstantou soustavy, kterou lze podle uvedeného kalkulu opět stanovit přímo z koeficientů přenosu. Zjednodušeně řečeno, budou-li známy tyto plochy, je možné s jejich pomocí vypočítat parametry obecné přenosové funkce.

Návod k použití metody ploch z [11] postupně dávají vztahy (8) a (9), kdy lze na základě hodnot přechodové odezvy s použitím např. obdélníkového pravidla postupně vyčíslit integrály na levé straně (v případě ploch vyšších řádů s vyššími mocninami času). Tím se dostanou koeficienty řady (7). Jestliže bude např. předpoklad, že koeficienty n_i obecné přenosové funkce (10) jsou nulové, získají se postupně s použitím již uvedených polynomiálních operací koeficienty d_i .

Algoritmus metody ploch je v [11] v následující podobě. Předpokladem je neznámá obecná přenosová funkce (10). Přechodovou odezvu na jednotkový skok je pak možné zapsat jako

$$\mathcal{L}\{y(t)\} = \frac{K}{W(s)} \frac{1}{s} \quad (32)$$

kde přenosová funkce $W(s)$ je jednoduše obrácený poměr obecné přenosové funkce (10) s jednotkovým zesílením. Při rozložení $W(s)$ v řadu podle (7) se dostane pro aproximaci n členy této řady přechodová odezva

$$\mathcal{L}\{y_n(t)\} = \frac{K}{W_n(s)} \frac{1}{s} \quad (33)$$

kde index n označuje n -tou aproximaci obecné přenosové funkce. Předpokládejme rozdíl

$$\mathcal{L}\{K - y(t)\} = \frac{K}{s} - \frac{1}{W(s)} \frac{K}{s} = \frac{W(s) - 1}{W(s)} \frac{K}{s} \quad (34)$$

Použije-li se nekonečný rozvoj $W(s)$ v řadu podle (7), získá se

$$\mathcal{L}\{K - y(t)\} = \sum_{i=1}^{\infty} g_i s^{i-1} K \quad (35)$$

T_n používal pouze k posouzení stability regulačního obvodu, neboť zmíněná aproximace vždy poněkud zmenšovala stabilitu. Pro jiné účely však byl považován za aproximaci příliš „hrubou“. Pro jemnější aproximaci se doporučuje zvýšit řád přenosu (29).

Z přechodové charakteristiky se zjistí poměr T_p/T_n a řádek tabulky, kde je zjištěný poměr nejbližší uvedeným hodnotám. Z prvního sloupce se vezme odpovídající řád přeno-

Plocha pod křivkou $K - y(t)$ nyní bude

$$S_1 = \int_0^{\infty} (K - y) dt = \lim_{s \rightarrow 0} \int_0^{\infty} e^{-st} (K - y) dt = \lim_{s \rightarrow 0} \mathcal{L}\{K - y(t)\} \quad (36)$$

Výpočtem této limity se dostane

$$S_1 = Kg_1 \quad (37)$$

což je plocha nazývaná plocha prvního řádu, neboť je úměrná prvnímu koeficientu rozvoje. Vezme-li se první aproximace obecné přenosové funkce ve tvaru

$$\frac{K}{W_1(s)} = \frac{K}{1 + g_1 s} \quad (38)$$

dostane se přechodová odezva

$$\mathcal{L}\{y_1(t)\} = \frac{1}{1 + g_1 s} \frac{K}{s} \quad (39)$$

Vyčíslení rozdílů mezi aproximující a aproximovanou přechodovou odezvou vede k

$$\mathcal{L}\{y_1 - y\} = \frac{W(s) - 1 - g_1 s}{(1 + g_1 s)W(s)} \frac{K}{s} = \frac{\sum_{i=2}^{\infty} g_i s^{i-1}}{(1 + g_1 s)W(s)} \frac{K}{s} \quad (40)$$

a k ploše druhého řádu

$$S_2 = \int_0^{\infty} \int_0^{\infty} (y_1 - y) dt d\tau = \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\mathcal{L}\{y_1 - y\}}{s} = Kg_2 \quad (41)$$

Nyní se pro druhou aproximaci položí

$$\frac{K}{W_2(s)} = \frac{K}{1 + g_1 s + g_2 s^2} \quad (42)$$

což vede k přechodové odezvě

$$\mathcal{L}\{y_2(t)\} = \frac{1}{1 + g_1 s + g_2 s^2} \frac{K}{s} \quad (43)$$

a celý proces se opakuje s výsledkem $S_3 = Kg_3$ a podobně dalších ploch vyššího řádu, obecně $S_i = Kg_i$.

Hlavním výsledkem [11] je rekurentní vztah pro výpočet ploch, který je možné naprogramovat na počítači včetně aproximace integrálu naměřené přechodové charakteristiky

$$S_i = S_1 \int_0^{\infty} (K - y) \left[\frac{(-\tau)^{i-1}}{(i-1)!} + \frac{(-\tau)^{i-2}}{(i-2)!} + \sum_{j=0}^{i-3} \frac{S_{i-1-j}}{S_1^{i-1-j}} \frac{(-\tau)^j}{j!} \right] d\tau \quad (44)$$

kde $\tau = t/S_1$ a $i = 2, 3, \dots$. Několik prvních ploch podle vztahu (44) je uvedeno v tab. 5.

Tab. 5. Formule pro výpočet několika prvních ploch (vyšších řádů) podle (44)

Plocha	Formule
S_1	$\int_0^{\infty} (K - y) dt$
S_2	$S_1^2 \int_0^{\infty} (K - y)(1 - \tau) d\tau$
S_3	$S_1^3 \int_0^{\infty} (K - y) \left(1 - 2\tau + \frac{\tau^2}{2} \right) d\tau$
S_4	$S_1^4 \int_0^{\infty} (K - y) \left(\frac{S_3}{S_1^3} - \frac{S_2}{S_1^2} \tau + \frac{\tau^2}{2} - \frac{\tau^3}{6} \right) d\tau$

5. Závěr

V článku je navržen kalkul poskytující převodní „tabulku“ pro vytvoření tříparametrického aproximačního modelu z obec-

né přenosové funkce. Tabulka umožní rychle nastavit PID regulátor. Návazně bude v některém z následujících vydání časopisu představen přehledný kalkul pro uzavřené regulační obvody.

Literatura:

- [1] ASTRÖM, K. J. – HÄGGLUND, T.: *PID controllers: Theory, Design and Tuning*. Instrument Society of America, 1995.
- [2] KLÁN, P.: *Komerčně využívané pokročilé metody nastavování PI regulátorů*. Automa, 2009, roč. 15, č. 12, s. 14–18.
- [3] KLÁN, P.: *O přímé syntéze PID regulátorů*. Automa, 2006, roč. 12, č. 11, s. 61–64.
- [4] KLÁN, P. – GOREZ, R.: *Nastavení PI regulátorů chráncí akční členy*. Automa, 2005, roč. 11, č. 2, s. 50–52.
- [5] KLÁN, P.: *PI regulace procesů s nelineárním chováním*. Automa, 2005, roč. 11, č. 5, s. 50–51.
- [6] KLÁN, P.: *PI regulátory s dobrým nastavením*. Automa, 2005, roč. 11, č. 6, s. 52–54.
- [7] KLÁN, P.: *Metody zlepšení PI regulace*. Automa, 2001, roč. 7, č. 12, s. 4–10.
- [8] KLÁN, P.: *Moderní metody nastavování PID regulátorů*. Automa, 2000, roč. 6, č. 9, s. 54–57.
- [9] KLÁN, P.: *Vyvážené nastavení PI regulátorů*. Automa, 2000, roč. 9, č. 4, s. 49–53.
- [10] KLÁN, P.: *Ziegler-Nicholovo nastavení PID regulátoru – retrospektiva*. Automa, 2000, roč. 9, č. 1, s. 54.
- [11] SIMOYU, M. P.: *Opredelenie koefficientov peredatočnych funkcij linearizovannyh zveniv i sistem avtoregulirovanija*. Avtomatika i telemekhanika, 1957, No. 6, pp. 514–528.
- [12] STREJC, V.: *Aproximace aperiodických přechodových charakteristik*. Slaboproudý obzor, 1957, č. 8, s. 565–572.
- [13] KÜPFMÜLLER K.: *Über die Dynamik der selbsttätigen Verstärkungsregler*. ENT, 1928, No. 5, s. 456–467, a Zeitschrift für techn. Physik, 1928, No. 9, s. 469–472.

Petr Klán,
Ústav informatiky AV ČR
(pklan@cs.cas.cz)

► Instalováno půl milionu systémů Powerlink

Na letošním Hannover Messe předali zástupci společnosti B&R a neziskové organizace EPSG (*Ethernet Powerlink Standardization Group*) slavnostně do užívání již půlmilióntý komunikační systém Powerlink. Jubilejní systém byl dodán firmě MediSeal, mezinárodnímu výrobcí balicích strojů ze skupiny Körber Medipak Group. Firma se zaměřuje především na výrobu léčiv a kosmetiky a je dlouholetým zákazníkem

společnosti B&R. Od komponent, které používá ve svých strojích, vyžaduje maximální bezpečnost, spolehlivost, výkonnost a provozní pružnost. „Protokol Powerlink zaručuje dokonalou synchronizaci řízených pohonů – což je jeho rozhodující přednost při řešení složitých úloh řízení pohybu, typických pro naše velmi rychlé balicí linky,“ řekl Winfried Holtey, specialista útvaru pro výzkum a vývoj elektrické výstroje strojů z firmy MediSeal.

Protokol Powerlink, který byl uveden na trh v roce 2001, využívá nyní ve svých produktech více než 2 500 výrobců strojů a strojních celků po celém světě. Jde o jediný sys-

tém svého druhu na trhu založený na strategii *open source*, a je tudíž zcela otevřený a bezlicenční. „Ostatní systémy průmyslového Ethernetu buď zajišťují synchronizaci na střední až dobré úrovni, nebo se specializují na křížovou komunikaci,“ vysvětluje Frank Winter, ředitel společnosti B&R v Německu. Protokol Powerlink zajišťuje výměnu dat mezi uzly sběrnice v reálném čase při té nejvyšší úrovni synchronizace, a to při libovolné topologii sítě. Výkonnost protokolu Powerlink je jedinečná zejména v úlohách vyžadujících synchronizaci velkých počtů servomechanických os a kanálů I/O. (ed)

krátké zprávy