Teplotní závislost odporu kovových vodičů

z německého originálu časopisu de, 6/2007, vydavatelství Hüthig & Pflaum Verlag GmbH München,
upravil Ing. Josef Košťál, redakce Elektro

Tento příspěvek se zabývá teplotní závislostí elektrického odporu kovových vodičů. Popisuje rovnici, s jejíž pomocí lze vypočítat odpor při oteplení nebo ochlazení vodiče, tj. při jiné teplotě než 20 °C. V této souvislosti jsou zde také blíže vysvětleny pojmy teplotní součinitel a teplotní parametr.

Existují odporové součástky, jejichž elektrický odpor je značně závislý na teplotě:

- u termistorů se záporným teplotním součinitelem (NTC – *Negative Temperature Coefficient*) elektrický odpor s rostoucí teplotou klesá,
- u termistorů s kladným teplotním součinitelem (PTC – *Positive Temperature Coefficient*) elektrický odpor s rostoucí teplotou vzrůstá.

Teplotní závislost bude vysvětlena na jednoduchých příkladech s měděnými vodiči. Na základě výsledků mnoha uskutečněných pokusů a měření lze konstatovat, že se elektrický odpor kovů v určité teplotní oblasti chová přibližně lineárně. Tato teplotní oblast je zpravidla natolik velká (např. u zlata, stříbra a mědi je to –200 až +600 °C, u hliníku to –200 až +300 °C), že lze použitím lineární funkce pokrýt téměř všechny případy použití z praxe.

Ilustrační foto

Pro obecnou teplotu ϑ ve stupních celsia (°C) platí:

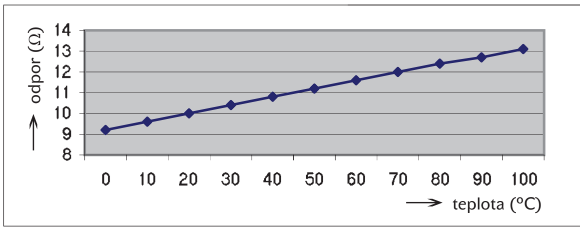
$$R_{\vartheta} = R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta-\vartheta_{20})\right] \quad (\Omega;\ \Omega,\ \mathrm{K}^{-1},\ °\mathrm{C}) \qquad (1)$$

kde
R_{20} je odpor při teplotě 20 °C,
R_{ϑ} odpor při teplotě ϑ,
α_{20} teplotní součinitel.

Teplotní součinitel α_{20} udává relativní změnu odporu při změně teploty o jeden stupeň Celsia (Kelvina) – u mědi je to asi 0,4 % na 1 °C (viz tabulka).

Tabulka konstant některých kovových vodičů

Vodič	Rezistivita ρ_{20} ($\Omega\cdot\mathrm{mm}^2\cdot\mathrm{m}^{-1}$)	Konduktivita σ_{20} ($\mathrm{S\cdot m\cdot mm}^{-2}$)	Teplotní součinitel α_{20} (K^{-1})	Teplotní parametr τ (K)
stříbro	0,016	62,50	$3{,}80\cdot10^{-3}$	243
měď	0,018	55,60	$3{,}92\cdot10^{-3}$	235
zlato	0,023	43,50	$4{,}00\cdot10^{-3}$	230
hliník	0,028	35,70	$3{,}77\cdot10^{-3}$	245
wolfram	0,050	20,00	$4{,}10\cdot10^{-3}$	225
železo (čisté)	0,097	10,30	$6{,}00\cdot10^{-3}$	147
cín	0,100	10,00	$4{,}20\cdot10^{-3}$	218
olovo	0,207	4,80	$4{,}20\cdot10^{-3}$	218
manganin (84 Cu, 4 Ni, 12 Mn)	0,435	2,30	$\pm0{,}02\cdot10^{-6}$	–
konstantan (55 Cu, 44 Ni, 1 Mn)	0,490	2,04	$\pm0{,}04\cdot10^{-3}$	–



Obr. 2. Graf závislosti elektrického odporu měděného vodiče z příkladu 1

Výpočet odporu při zvýšení teploty

Na příkladech bude dále objasněn vliv zvýšení teploty okolí na odpor měděného vodiče.

Příklad 1

Je znám odpor měděného vodiče při pokojové teplotě (ϑ_{20} = 20 °C) R_{20} = 10 Ω. Jaký bude odpor tohoto vodiče při teplotě okolí ϑ = 80 °C?
Hledá se tedy obecně odpor R_{ϑ}, tj. v tomto případě R_{80}. K jeho výpočtu se použije jednak tabulka pro určení teplotního součinitele α_{20} mědi, jednak rovnice (1):

teplotní součinitel mědi (viz tabulka):

$\alpha_{20} = 3{,}92\cdot10^{-3}$ (K^{-1})

odpor při zvýšené teplotě podle (1):

$$R_{\vartheta} = R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta-\vartheta_{20})\right]$$
$$R_{80} = 10\left[1+3{,}92\cdot10^{-3}(80-20)\right]$$
$$R_{80} = 12{,}352\ \Omega$$

Odpor měděného vodiče se oproti původní hodnotě zvýšil na 12,352 Ω, tj. téměř o 24 % (obr. 2).

Příklad 2

Je znám odpor měděného vinutí transformátoru při pokojové teplotě (ϑ_{20} = 20 °C) R_{20} = 6,8 Ω. Jaký bude odpor tohoto vinutí, ohřeje-li se v provozu na teplotu ϑ = 100 °C?

teplotní součinitel mědi (viz tabulka):
$\alpha_{20} = 3{,}92\cdot10^{-3}$ (K^{-1})

odpor při zvýšené teplotě podle (1):

$$R_{\vartheta} = R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta-\vartheta_{20})\right]$$
$$R_{80} = 6{,}8\left[1+3{,}92\cdot10^{-3}(100-20)\right]$$
$$R_{80} = 8{,}932\ \Omega$$

Odpor měděného vinutí transformátoru se oproti původní hodnotě zvýšil na 8,932 Ω, tj. přibližně o 31,4 %.

Vliv zvýšené teploty na odpor kovových vodičů není, jak vyplývá z uvedených příkladů, v žádném případě zanedbatelný.

Pro ztrátový výkon P_z ohmického odporu R platí:

$$P_z = I^2 R \qquad (2)$$

Ztrátový výkon P_z je podle (2) za předpokladu konstantního proudu přímo úměrný velikosti odporu R. To znamená, že s rostoucí hodnotou odporu rostou také ztráty. Vzroste-li tedy odpor podle příkladu 2 o 31,4 %, zvýší se také ztráty o 31,4 %, a tím se sníží účinnost transformátoru.

Výpočet odporu při pokojové teplotě

Nyní je znám odpor při určité zvýšené teplotě ϑ a je třeba vypočítat odpor při pokojové teplotě ϑ_{20} = 20 °C. Na příkladu 3 bude objasněn postup tohoto výpočtu.

Příklad 3

Nechť odpor měděného vodiče při teplotě ϑ = 75 °C je R_{75} = 1,8 Ω. Jaký bude odpor tohoto vodiče při teplotě okolí ϑ_{20} = 20 °C? Hledá se tedy odpor R_{20}.

teplotní součinitel mědi (viz tabulka):

α_{20} = 3,92·10^{-3} (K^{-1})

Úpravou rovnice (1) lze obdržet tvar:

$$R_{20} = \frac{R_\vartheta}{1+\alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20})} \qquad (3)$$

$$R_{20} = \frac{1{,}8}{1+3{,}92\cdot 10^{-3}(75-20)}$$

$$R_{20} = 1{,}48\,\Omega$$

Odpor tohoto měděného vodiče při 20 °C je asi o 17, 78 % menší než při 75 °C.

Výpočet při neznámém odporu R_{20} – teplotní parametr

V tomto případě je třeba vypočítat obecný odpor kovového vodiče R_ϑ při libovolné teplotě, není-li znám jeho odpor při teplotě 20 °C (ϑ_{20}), nýbrž jen při tzv. výchozí teplotě ϑ_v. Rovnice (1) bude mít po dosazení tento tvar:

$$R_v = R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta_v - \vartheta_{20})\right] \qquad (4)$$

Při řešení této úlohy se použije matematická úprava, při které se do vzájemného poměru dají levé a pravé strany rovnice (1) a (4):

$$\frac{R_\vartheta}{R_v} = \frac{R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20})\right]}{R_{20}\left[1+\alpha_{20}(\vartheta_v - \vartheta_{20})\right]} \qquad (5)$$

Z toho po vykrácení rovnice (5) R_{20} a vynásobení obou stran R_v bude:

$$R_\vartheta = R_v \frac{1+\alpha_{20}(\vartheta - \vartheta_{20})}{1+\alpha_{20}(\vartheta_v - \vartheta_{20})} \qquad (6)$$

Dále se čitatel i jmenovatel pravé strany rovnice (6) rozšíří převráceným teplotním součinitelem $1/\alpha_{20}$:

$$R_\vartheta = R_v \frac{\dfrac{1}{\alpha_{20}} - \vartheta_{20} + \vartheta}{\dfrac{1}{\alpha_{20}} - \vartheta_{20} + \vartheta_v} \qquad (7)$$

Nyní se zavede substituce:

$$\tau = \frac{1}{\alpha_{20}} - \vartheta_{20} \qquad (8)$$

kde τ je **teplotní parametr**.

Po dosazení rovnice (8) do (7):

$$R_\vartheta = R_v \frac{\tau + \vartheta}{\tau + \vartheta_v} \qquad (9)$$

kde

R_ϑ je hledaná hodnota odporu při teplotě ϑ,
R_v známý odpor při výchozí teplotě,
τ teplotní parametr.

Po dosazení do (8) má teplotní parametr mědi hodnotu:

$$\tau = \frac{1}{3{,}92\cdot 10^{-3}} - 20 = 235\ \mathrm{K} \qquad (10)$$

Příklad 4

V zimě byl na měděném vinutí elektromotoru naměřen při ϑ_v = –10 °C odpor R_v = 2,6 Ω. Jak velký bude odpor tohoto vinutí v letním provozu při teplotě ϑ = 90 °C, tj. R_{90}, není-li znám jeho odpor při 20 °C?

Dosazením do (9):

$$R_\vartheta = R_v \frac{\tau + \vartheta}{\tau + \vartheta_v}$$

$$\tau = \frac{1}{3{,}92\cdot 10^{-3}} - 20 = 235\ \mathrm{K}$$

Odpor měděného vinutí elektromotoru při teplotě 90 °C vzrostl na 3,76 Ω, tj. o 44,6 %.

Změna odporu jako míra pro změnu teploty

Rovnici (9) lze upravit tak, aby bylo možné ze změny odporu vyvozovat změnu teploty. To umožní snadno stanovit střední hodnotu teploty vinutí elektromechanického měniče nebo jiného přístroje. Rovnice (9) se matematicky upraví na:

$$\vartheta = \frac{R_\vartheta}{R_v}(\tau + \vartheta_v) - \tau \qquad (11)$$

Je-li známa výchozí teplota ϑ_v a odpor při této výchozí teplotě R_v, je možné na základě změřené hodnoty odporu R_ϑ (např. po určité době odstávky přístroje, kdy se projeví vliv teploty okolí) vypočítat po dosazení do rovnice (11) teplotu ϑ.

Příklad 5

Nechť má asynchronní motor před začátkem provozu při teplotě ϑ_v = 18 °C odpor měděného statorového vinutí R_v = 0,38 Ω. Po určité době provozu se zátěží byl naměřen odpor tohoto vinutí R_ϑ = 0,51 Ω. Jaká bude střední teplota vinutí ϑ?

K jejímu výpočtu se použije rovnice (11):

$$\vartheta = \frac{R_\vartheta}{R_v}(\tau + \vartheta_v) - \tau$$

$$\vartheta = \frac{0{,}51}{0{,}38}(235+18) - 235 = 104{,}6\ ^\circ\mathrm{C}$$

Vypočítaná teplota ϑ vychází vždy ve stupních Celsia. Představuje střední hodnotu, neboť teplota vinutí není všude stejná a na vinutí se tvoří tzv. horké body – tj. místa, kde teplota přesahuje vypočítanou střední hodnotu. Tato skutečnost je známa především ze zkušenosti a z výsledků jiných měření (např. termistorů ve vinutí). V každém případě však takto vypočítaná hodnota teploty ϑ představuje pro provozovatele důležitý poznatek o tepelném chování kovových vodičů za různých provozních situací a často je používána i ve zkušebnách.

☒